土木学会論文集B2（海岸工学）
Vol. 68，No. 2，2012，I_811-I_815

膜と流体の連成解析のための簡便なアルゴリズム

A Simple Algorithm for Two-way Coupling Simulation of Water Flow and Membrane Motion

金山　進[1]・安井章雄[2]・古牧大樹[3]・安野浩一朗[4]・琴浦　毅[5]

Susumu KANAYAMA, Akio YASUI, Daiki FURUMAKI
Kouichirou ANNO and Tsuyoshi KOTOURA

A time dependent 3D numerical model for the behavior of flexible curtain in water was proposed, which is composed of two-way coupling of fluid flow calculation by SMAC method and simple model of curtain structure. The curtain structure is approximately described as an unclosed polyhedron with ribs and nodal points traveling on flow field creating restoring force which is taken into account for flow field calculation. The calculated deformation of suspended curtain in uniform flow agrees with that of predicting formula by ODA et al. (1996) to prove the accuracy of the model. A trial to reproduce the behavior of frame-type curtain in driven flow by vertical movement of horizontal flat plate was made to examine the applicability of the model for unsteady problems.

1. はじめに

汚濁防止膜やオイルフェンスに代表されるように膜体は海上工事において重要な役割を担っている．膜体および係留物に作用する流体力や変形に関しては多くの調査・研究成果が蓄積され，流れや波を考慮した設計が可能となっているが，周辺水の流れとの干渉を考慮して膜体の変形を非定常的に取り扱う手法の研究はそれほど多くないように思われる．こういった手法は，浚渫時のグラブバケットの昇降や土砂投入に伴う励起流などを考慮して汚濁防止膜の効果を評価するような場合には有意義と考えられる．本研究は通常の流動モデルに簡便なアルゴリズムを組み込むことによる流体と膜体の連成計算方法を検討したものである．金山ら（2011）は鉛直2次元に限定されたモデルを提案しているが，今回は，これを3次元に拡張することを試みたものである．

2. 流動場と連成した膜体挙動モデル

（1）膜体のモデル化

膜体は図-1に示すように回転自由の節点と長さが変化しない斜材で構成される骨組みを有するものとする．最上層に位置するグレーの太線上の節点は固定点であり，流れによって移動することはない．両側端の節点を互いに重合させ，垂直部材（破線）を取り除くことによって筒や枠を形成することもできる．

菱形を基本とする形状は，安井ら（2001）と同様，網状浮体を対象としたLe Brisら（1999）に倣ったが，本モデルの場合，骨組みの隙間には膜体の存在が仮定されており，各節点は，図-1にハッチングで示す領域の膜要素を代表している．また，部材の本数は節点数の2倍となる必要があるが，Le Brisら（1999）のモデルにはこういった制約はない．

（2）膜体モデルの部材軸力および節点力の算定

図-2は膜モデルの任意の節点に対する力の釣り合いの

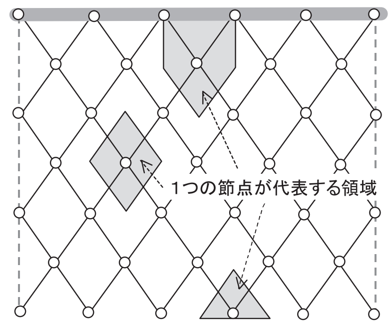

図-1　膜のモデル化

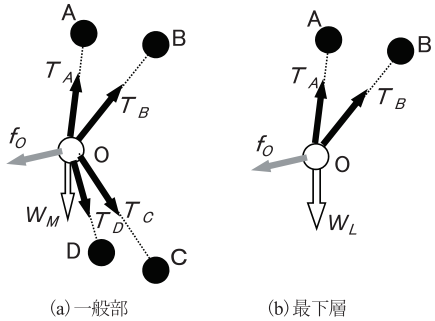

図-2　節点での力の釣り合い

1　正会員　　博（工）　五洋建設（株）技術研究所
2　正会員　　博（工）　日本海洋コンサルタント（株）
3　　　　　　　　　　　五洋建設（株）技術研究所
4　正会員　　　　　　　五洋建設（株）技術研究所
5　正会員　　工修　　　五洋建設（株）技術研究所

模式図である．注目する節点をOとすると，最下層以外では他の4つの節点と結合されており，これらを節点A～Dとする．節点Oが最下層に位置する場合には，2つの節点AおよびBとのみ結合されている．節点Oには，部材軸力T_A～T_D，膜体の水中重量W_M，重錘水中重量W_Lの他に膜体の法線方向に働く力f_oが作用して膜体の変形を静的に支えているものと仮定する．すなわち，膜体の慣性力およびせん断応力は無視できるものと仮定している．この節点力f_oの反力は膜体の復元力であり，流れの計算に反映される．なお，膜体の水中重量W_Mは節点Oが代表する膜要素のものを集中して作用させる．

膜体の法線ベクトル$\mathbf{n_o}$は以下のように定義し，流体力f_oはこの方向に作用するものとする．

$$\mathbf{n_o} = \frac{\mathbf{N_o}}{|\mathbf{N_o}|} \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\mathbf{N_o} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OD}\times\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OC}\times\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OA}) \quad \cdots\cdots (2)$$

節点の位置関係が既知であることから，最下層では，部材軸力T_A，T_B，および節点力f_oの3つの未知数に対して空間3方向の力の釣り合い条件が与えられた単純な線形代数式に帰する．最下層から順次計算を行えば，一般部では部材軸力T_C，T_Dは既知となっていることから，同様に3つの未知数に対して3つの条件式が与えられ，やはり簡単に解くことができる．前述の通り，今回の膜モデルでは，節点の数をMとすると部材の数は$2M$となるように設定されている．これは，系全体でみると未知数の数は部材力が$2M$と節点力がM，都合$3M$であるのに対して，条件数は各節点毎に空間3成分，すなわち$3M$となり，未知数の数と一致することに対応する．

このようにして求められた各節点のf_oはそれぞれの節点が代表する膜要素に均等に配分される．膜要素は単一の平面ではなく4つの面素で構成されるが，いずれの面素上においても作用方向は節点Oにおいて式（1）で定義される法線ベクトルの方向に作用するものと仮定する．

（3）流れの計算への膜体復元力の反映

流れの計算の各格子セルへのf_oの反力の再分配は以下のように行う．

$$R_{i,j,k} = -\frac{1}{\rho \Delta x \Delta y \Delta z}\sum_{O=1}^{N} r_O f_O \mathbf{n_O} \quad \cdots\cdots (3)$$

ここで，ベクトル$R_{i,j,k}$は任意の格子セルにおける付加項であり，加速度の次元を有する．ρは流体密度，Δx，ΔyおよびΔzは水平方向および鉛直方向の格子間隔，Nは格子セル内にその一部または全体が位置する膜要素の数，r_Oは節点Oに代表される膜要素のセル内における存在率であり，膜要素全体がセル内に収まっている場合は1となる．

流れの計算の運動方程式にベクトル$R_{i,j,k}$を加えることによって膜体の復元力を流れ場に反映させることができる．スタガード格子の場合，式（4）～式（6）のように表わされ，水平流速の算定においては流速の定義されるセル境界の両側の2つのセルの$R_{i,j,k}$の対応する成分の和を圧力勾配と逆の符号となるように付加し，鉛直流速の算定においては，上下の2つのセルの$R_{i,j,k}$の鉛直成分の和を付加することになる．

$$\frac{Du_{i+1/2,j,k}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + RX_{i,j,k} + RX_{i+1,j,k} \quad \cdots\cdots (4)$$

$$\frac{Dv_{i,j+1/2,k}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + RY_{i,j,k} + RY_{i,j+1,k} \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\frac{Dw_{i,j,k+1/2}}{Dt} = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + RZ_{i,j,k} + RZ_{i,j,k+1} \quad \cdots\cdots (6)$$

式（4）～式（6）において，(u, v, w)は鉛直上向きをzとする座標系(x, y, z)の各流速成分，(RX, RY, RZ)は式（3）で与えられる加速度ベクトル$R_{i,j,k}$の各成分，pは膜の影響が付加されていない状態での圧力，gは重力加速度である．

今回は流れの計算にはSMAC法を用いているが，膜体による加速度ベクトル$R_{i,j,k}$を考慮するのは暫定流速場を算定する過程のみであり，圧力補正は膜が存在しない場合と全く同様に遂行される．

（4）流れによる膜体変形の計算

膜体は接面方向の滑りを許しながらこれに接する水粒子に追従すると仮定し，以下のような手順で膜体変形の計算を行う．

まず，膜体の変形を反映した流速場の下で，**図-1**のグレーの線上に位置する固定点以外の全ての節点を移流させ，膜体に接する水粒子の分布，すなわち新たな時間ステップにおける膜体の形状を求める．ただし，この段階における各節点の位置は膜体の実質とは対応しておらず，接面方向の移動分は補正・相殺する必要がある．本モデルにおいては，新ステップにおける膜体形状に沿って節点群の位置を補正して全ての部材の長さを維持することによってこれを行う．

図-3は実際に行う操作の模式図である．固定端側から順次計算を行うことから，節点AおよびBは既に位置補正が施され，節点O'は位置補正前であるとする．この状態では，一般には部材$O'A$および$O'B$の長さは当初の値ℓとは異なったものとなっているが，平面$AO'B$上で節点O'を補正移動して部材$O'A$および$O'B$の長さがともにℓとなるような節点Oに移動させる．すなわち，節点O'の位置補正ベクトル$\boldsymbol{\delta}$はベクトル$\overrightarrow{O'A}$およびベクトル$\overrightarrow{O'B}$の線形結合となる．これらの係数が2つの未知数となるが，部材

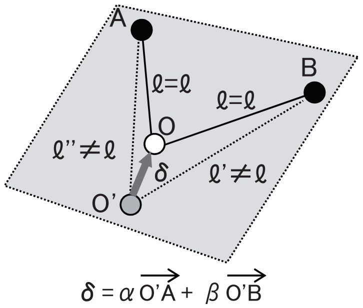

図-3　節点位置の補正による部材長の維持

$O'A$および$O'B$の長さをℓとする2つの条件が与えられることから，解を求めることができる．M個の節点に対して補正ベクトルの係数が2個，すなわち系全体としては$2M$個の未知数が存在し，これに対応する数の条件を与えるには，部材数を$2M$，すなわち，前述の通り，節点数の2倍となっている必要がある．

本モデルでは，膜体を水粒子と同じ流速場で移流させていることから，水が膜体を通過することは基本的には生じないようになっている．部材長維持のための位置補正も膜面内で行われることから，基本的には水粒子の膜面通過は許さないようになっている．

3. 数値計算

(1) 一様流の下での単膜の変形

本モデルによる膜体変形計算の結果を定量的に検証する目的で，小田ら（1996）により汎用的な推定式が与えられている一様流下での垂下膜の変形に対する計算を行った．

水深hが15m，膜幅bが22m，膜丈長dが10m，重錘の水中重量Wが1960N/m（200kgf/m）の条件に対して，流体計算の格子間隔は1m × 1m × 1mである．膜モデルは菱形の幅を1m，高さを1.25mに設定した．したがって，斜め部材の長さは0.8m，両端の鉛直部材の長さは1.25mである．この離散化条件の下では，膜モデルを付加することで時間ステップΔtに制約は生じず，計算時間も膜なしの場合と殆ど変らなかった．

計算結果の例を図-4に示す．平衡状態における縦断面図を流れ場とともに示したものであり，流速ベクトルは中央縦断面上のものを示し，膜形状は全ての部材を重ね描きしてある．流速Uは膜の影響を受けていない一様流部での値である．

膜体は，流れを受けて変形しつつも閉境界として挙動している．膜の変形は横断方向に一様ではなく，図-5の俯瞰図によれば，両側端よりも中央部の方が大きく変形していることがわかる．流速60cm/s以上のケースにおいて中央部付近で膜体の一部が水面に張り付いているのは，水表面の条件をRigid-lidとしているためである．

端部よりも中央部が変形を受けやすいという傾向は，一般部では菱形の形状変化が許されるのに対して両端部には伸びしろがないという今回の膜モデルの特性が一部影響している可能性が高く，骨組み構造を粗く設定する場

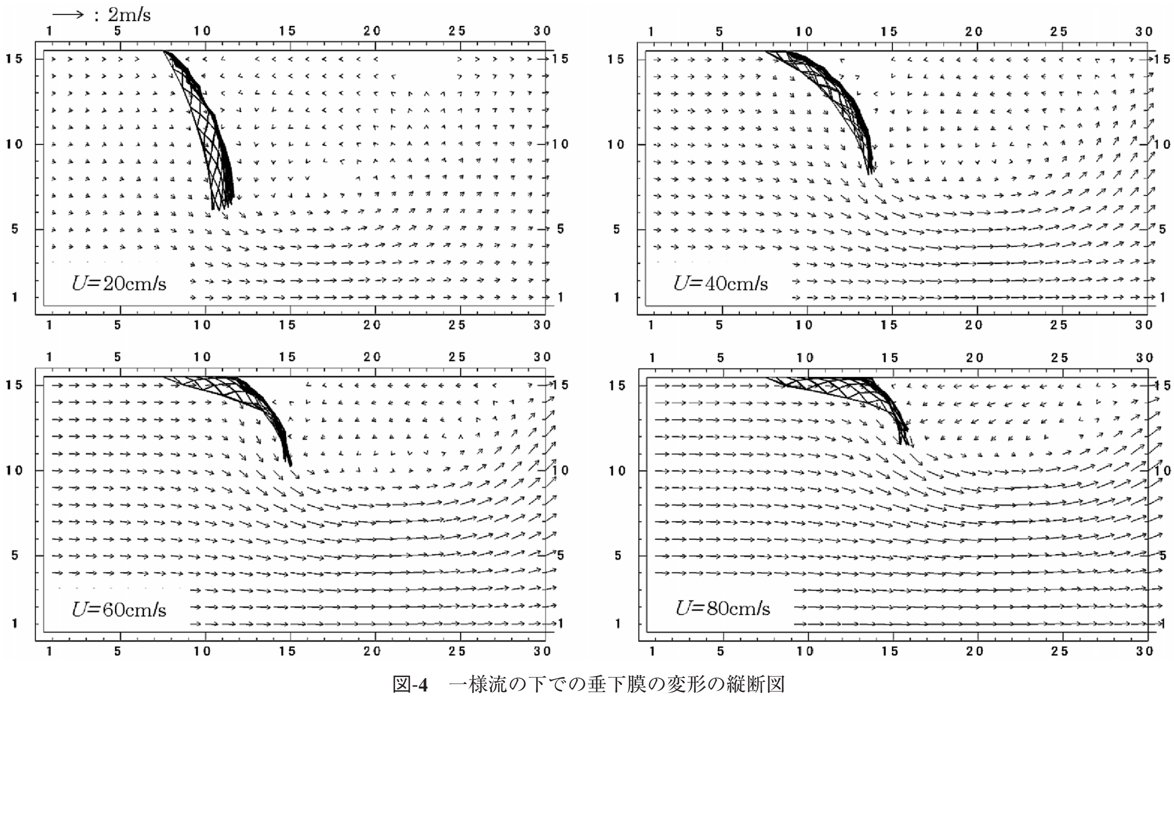

図-4　一様流の下での垂下膜の変形の縦断図

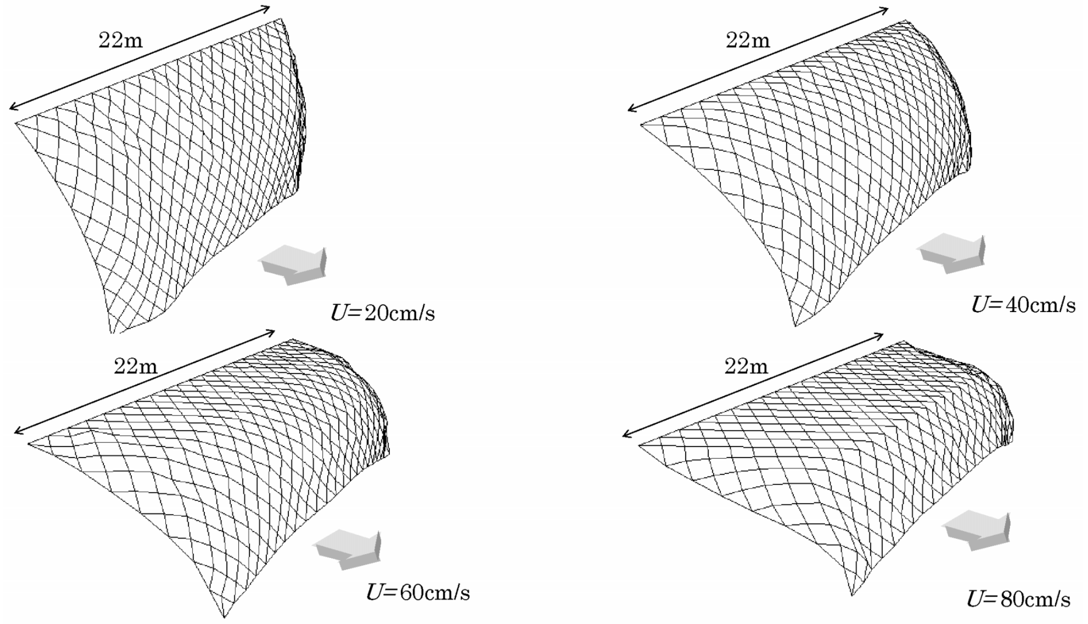

図-5　一様流の下での垂下膜形状の俯瞰図

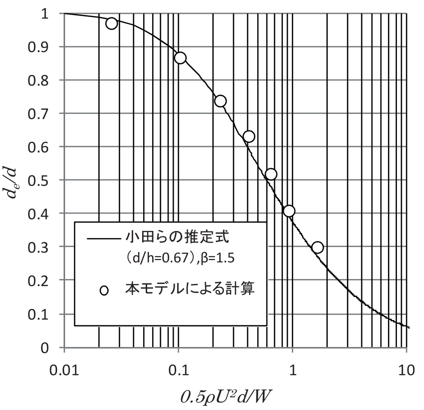

図-6　小田ら（1996）による推定式との比較

合にはこの点に留意する必要がある．

図-6は，横断方向で最も変形の大きい中央部分を対象に，以下に示す小田ら（1996）の推定式との比較を行ったものである．

$$d_e = \frac{W}{\sigma}\sin(\frac{\sigma d}{W}) \quad \cdots\cdots (7)$$

$$\sigma = \beta\frac{1}{2}\rho U'^2 = \beta\frac{1}{2}\rho(\frac{Uh}{h-d_e})^2 \quad \cdots\cdots (8)$$

ここで，dは膜丈長，d_eは流れの変形を受けた状態での膜の有効深さ，Wは重錘の単位幅水中重量，σは膜の単位長さ当たりの流体力，βは実験定数，hは膜の設置位置での水深である．なお，式（7）の適用範囲は$2d/\pi \leqq d_e$であるため，d_eがこの範囲よりも小さくなった場合には，他の研究と同様，式（7）のsin項を1として取り扱う．

田端ら（1999）と同様にβを1.5とした場合に良好な整合を得ている．今回の計算は水路幅を十分に大きく設定することによって膜両端部の影響が断面中央部にまで及ばないようにできたものと考えられる．なお，水路幅を半分に設定した計算では，膜の有効深さd_eは式（7）よりもやや大きくなっていた．このように，平衡状態における膜の変形および復元力と流体力との釣り合いという視点からは本モデルは概ね妥当な結果を与えるものと考えられる．

（2）平板の鉛直移動による膜枠の変形に対する試計算

検証を伴わない試計算に留まるが，グラブ浚渫工事における汚濁防止枠の挙動を模擬し，平板の鉛直移動による膜枠の挙動に対する計算を行った．

水深hが15mの水域に丈長7.5mの垂下膜で8m×8mの正方形断面の枠を形成し，中央部において4m×4mの平板を下降または上昇させた．膜の重錘の水中重量Wは196N/m（20kgf/m）であり，平板の移動速度は下降，上昇ともに1m/sである．流体計算の格子間隔は1m×1m×1mであり，膜モデルは菱形の幅を2m，高さを2.5mに設定した．

計算結果を図-4と同じ要領で描画したものを図-7に示す．水面の固定枠の1m〜3m下の層の形状に注目すると，平板が下降する際には収縮し，上昇する場合には膨らんでいる．流速場との対応から，平板によって励起される流れを受けながらもこれに抵抗している様子が読み取れ，実験などによる定量的な検証を経たものでこそないが現

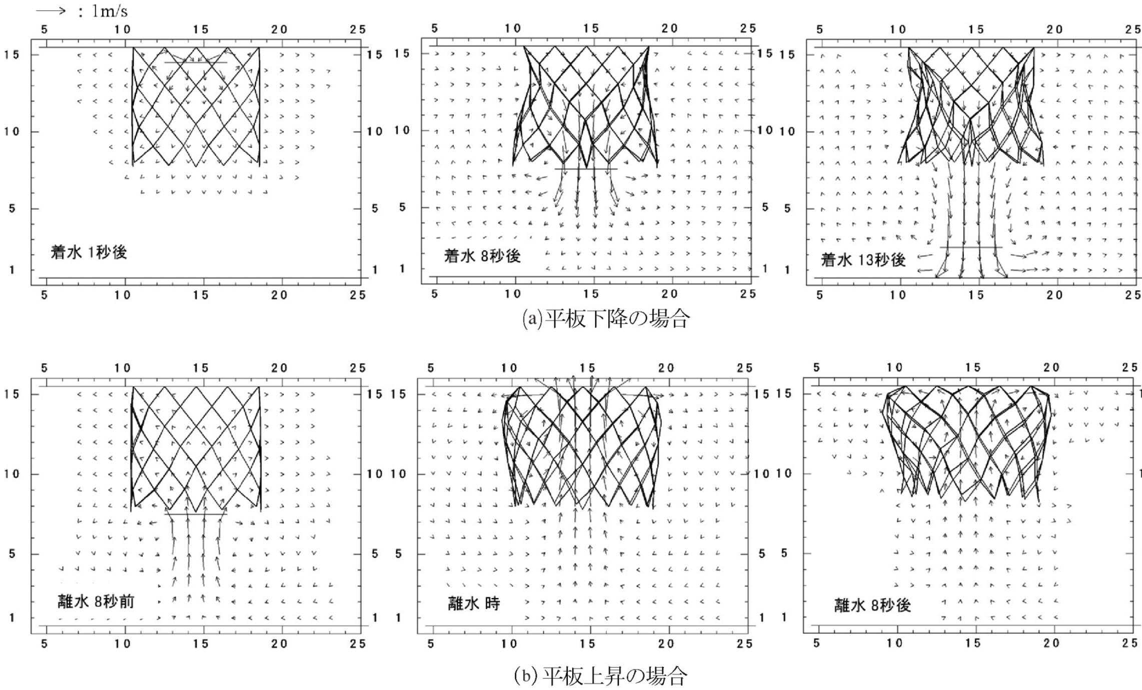

図-7　水平板の鉛直移動による膜枠の変形

実的な結果と考える.

なお，枠の形成は，図-**1**の破線部の鉛直部材を取り除くとともにこれと連結された節点を重合させて行ったが，この状態では部材軸力のみで力の釣り合いのとれた中立の懸垂状態とはなってない．したがって，これを初期条件とした今回の計算では，水平板の移動によるもの以外に膜枠の自律的な変形も僅かながら生じている.

4. おわりに

海上工事等において重要な役割を担う膜体の解析について，境界適合格子や粒子法などの高度な手法とは別に，従来の固定格子による流動計算に簡便なアルゴリズムを加えることによる便宜的な手法の可能性を検討した． 膜を索体で表現した鉛直2次元モデル（金山ら，2011）を基に，回転自由の節点と長さが変化しない斜材で構成される骨組みを有する膜体モデルの導入による3次元化を試みた結果を以下にまとめる.

① 菱形を主体とした構造に一部鉛直部材を加えることによって大きな行列を取扱う必要のない簡便なアルゴリズムが成立した.

② 一様流下での垂下膜の変形は，小田ら（1996）の評価式と整合し，平衡状態における膜の変形および復元力と流体力との釣り合いという視点からの妥当性は確認されたといえる.

③ 骨組み構造の特性が膜の変形に影響を及ぼす傾向が認められ，この改善は今後の課題として挙げられる.

参　考　文　献

小田一紀・重松孝昌・野口達矢・武田将英（1996）：汚濁防止膜周辺の物質拡散の高精度予測手法に関する研究，海岸工学論文集，第43巻，pp.1151-1155，1996.

金山　進・安野浩一朗・琴浦　毅（2011）：流れとの干渉を考慮した膜体の挙動の簡易計算法，土木学会論文集B3（海洋開発）特集号，Vol.67，No.4.

田端竹千穂・八尋明彦・播本一正・相澤幹男・平石哲也・永松宏一（1999）：垂下型汚濁防止膜の係留力に関する模型実験，海岸工学論文集，第46巻，pp.846-850.

安井章雄・宮本崇広・幾田正一郎・出口一郎（2001）：網状浮体構造物のふかれ変形と作用する係留力に関する研究，海岸工学論文集，第48巻，pp.881-885.

Le Bris, F. and D.Maricial（1999）: Numerical and experimental study of submerged flexible nets, Proc. of the 9th ISOPE Conf., Vol.3, pp. 749-755.